14. DokuT   Census USA

Interpolaatio

Tehdään ensin omalla lagint-funktiolla, samalla nähdään esimerkki Maple-ohjelmoinnista.
Sitten käytetään CurveFitting-kirjastopakkausta.

> *restart* :

> *currentdir*("/Users/heikki/Dropbox/Public/Tietokoneharjoitukset11/MatOhjelmistot/2012kevat/")

"/Users/heikki/Dropbox/Public/Tietokoneharjoitukset11/MatOhjelmistot/2012kevat" **(1.1.1)**

> **read** ("maple/MatC1koodit12.mpl")

Yksinkertaisinta lienee, että kopioit omaan hakemistoosi kurssin maple/ - hakemistosta MatC1koodit.mpl:n, annat hakemistoasi vastaavan currentdir()-komennon ja luet:
Huom; Kyseessä on tekstitiedosto, jota voit käsitellä haluamallasi tekstieditorilla.

Voit myös "copy/pastettaa" tekstitiedostosta haluamiasi osia (tai kaiken), kuten tässä:

INSERT-valikko -> "code edit region".
Koodit suorittuvat (funktiot määrittyvät), kun osoitat aluetta ja CTR-E (niinkuin execute).

(Toki voit "pastettaa" suoraan komentoriville, mutta tämä koodialue on siistimpi.)

```
 linspace:= (a,b,n)->[seq(a+iii*(b-a)/(n-1),iii=0..n-1) ]:

# Esim:
# linspace(0,1,5)
# ---------------------------------------------------
# Lagrangen kertojapolynomi:
L:=proc(j,xd,x)
local oso,nimi,i,j1;
j1:=j+1;
oso:=product((x-xd[i]),i=1..nops(xd))/(x-xd[j1]);
nimi:=subs(x=xd[j1],oso);
oso/nimi;
end:
#Parametrit
#  j  -- antaa L:n indeksin, eli kyseessä on Lj
#        j=0..n, missä n on xd-listan pituus - 1
```

>

> *with*(*plots*) :

> *td* := *linspace*(19.00, 19.90, 10)

td := [19.00, 19.10000000, 19.20000000, 19.30000000, 19.40000000, 19.50000000, **(1.1.2)**

19.60000000, 19.70000000, 19.80000000, 19.90000000]

> *yd* := [76, 92, 106, 122, 132, 150, 179, 203, 226, 248]

$$yd := [76, 92, 106, 122, 132, 150, 179, 203, 226, 248] \quad \mathbf{(1.1.3)}$$

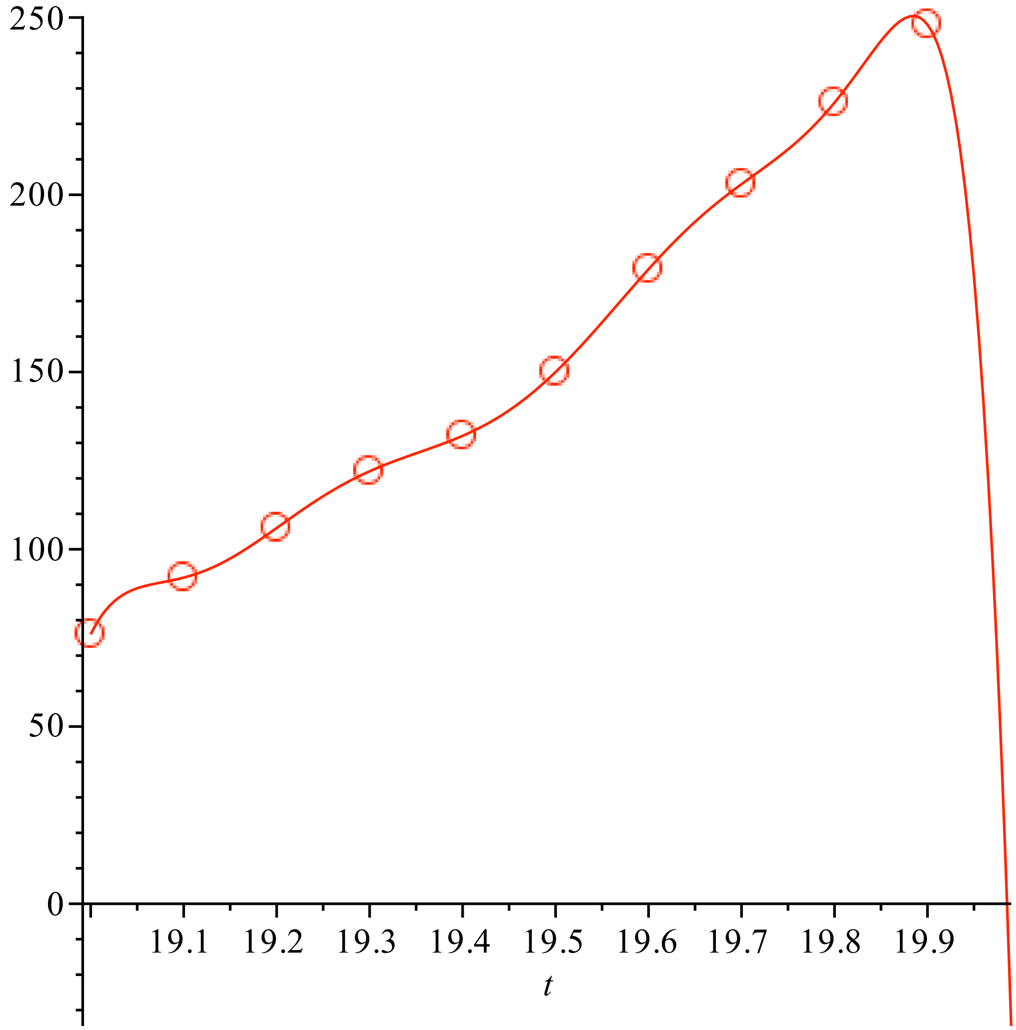
> *Digits* # *Oletustarkkuus*

$$10 \quad \mathbf{(1.1.4)}$$

> *p* := *lagint*(*td*, *yd*, *t*)

$$p := -2.094356261\ 10^{5}\ (t - 19.10000000)\ (t - 19.20000000)\ (t - 19.30000000)\ (t - 19.40000000)\ (t - 19.50000000)\ (t - 19.60000000)\ (t - 19.70000000)\ (t - 19.80000000)\ (t - 19.90000000) + 2.281746032\ 10^{6}\ (t - 19.00)\ (t - 19.20000000)\ (t - 19.30000000)\ (t - 19.40000000)\ (t - 19.50000000)\ (t - 19.60000000)\ (t - 19.70000000)\ (t - 19.80000000)\ (t - 19.90000000) - 1.051587302\ 10^{7}\ (t - 19.00)\ (t - 19.10000000)\ (t - 19.30000000)\ (t - 19.40000000)\ (t - 19.50000000)\ (t - 19.60000000)\ (t - 19.70000000)\ (t - 19.80000000)\ (t - 19.90000000) + 2.824074074\ 10^{7}\ (t - 19.00)\ (t - 19.10000000)\ (t - 19.20000000)\ (t - 19.40000000)\ (t - 19.50000000)\ (t - 19.60000000)\ (t - 19.70000000)\ (t - 19.80000000)\ (t - 19.90000000) - 4.583333333\ 10^{7}\ (t - 19.00)\ (t - 19.10000000)\ (t - 19.20000000)\ (t - 19.30000000)\ (t - 19.50000000)\ (t - 19.60000000)\ (t - 19.70000000)\ (t - 19.80000000)\ (t - 19.90000000) + 5.208333333\ 10^{7}\ (t - 19.00)\ (t - 19.10000000)\ (t - 19.20000000)\ (t - 19.30000000)\ (t - 19.40000000)\ (t - 19.60000000)\ (t - 19.70000000)\ (t - 19.80000000)\ (t - 19.90000000) - 4.143518519\ 10^{7}\ (t - 19.00)\ (t - 19.10000000)\ (t - 19.20000000)\ (t - 19.30000000)\ (t - 19.40000000)\ (t - 19.50000000)\ (t - 19.70000000)\ (t - 19.80000000)\ (t - 19.90000000) + 2.013888889\ 10^{7}\ (t - 19.00)\ (t - 19.10000000)\ (t - 19.20000000)\ (t - 19.30000000)\ (t - 19.40000000)\ (t - 19.50000000)\ (t - 19.60000000)\ (t - 19.80000000)\ (t - 19.90000000) - 5.605158730\ 10^{6}\ (t - 19.00)\ (t - 19.10000000)\ (t - 19.20000000)\ (t - 19.30000000)\ (t - 19.40000000)\ (t - 19.50000000)\ (t - 19.60000000)\ (t - 19.70000000)\ (t - 19.90000000) + 6.834215167\ 10^{5}\ (t - 19.00)\ (t - 19.10000000)\ (t - 19.20000000)\ (t - 19.30000000)\ (t - 19.40000000)\ (t - 19.50000000)\ (t - 19.60000000)\ (t - 19.70000000)\ (t - 19.80000000) \quad \mathbf{(1.1.5)}$$

> *display*(*plot*(*p*, *t* = 19 ..19.99), *plot*(*td*, *yd*, *style* = *point*, *symbol* = *circle*, *symbolsize* = 20))



Toimii jopa Maplen oletustarkkuudella Digits:10 aivan hienosti. (Vrt. H2T14R.m)

Käytetään nyt valmista Maplen funktiota:

> $with(CurveFitting):$

> $Digits := 10$

$$Digits := 10 \tag{1.1.6}$$

> $P := PolynomialInterpolation(td, yd, t)$

$$P := -1.708553924\ 10^{5}\ t^{9} + 2.965774040\ 10^{7}\ t^{8} - 2.287804081\ 10^{9}\ t^{7} + 1.029366018\ 10^{11}\ t^{6} - 2.977064403\ 10^{12}\ t^{5} + 5.739417178\ 10^{13}\ t^{4} - 7.375780645\ 10^{14}\ t^{3} + 6.092759309\ 10^{15}\ t^{2} - 2.935537618\ 10^{16}\ t + 6.285343237\ 10^{16} \tag{1.1.7}$$

> $polykuva := plot(P, t = 19.00\,..19.90)$

$$polykuva := PLOT(\ldots) \tag{1.1.8}$$

> $datakuva := plot(td, yd, style = point, symbol = cross, symbolsize = 16)$

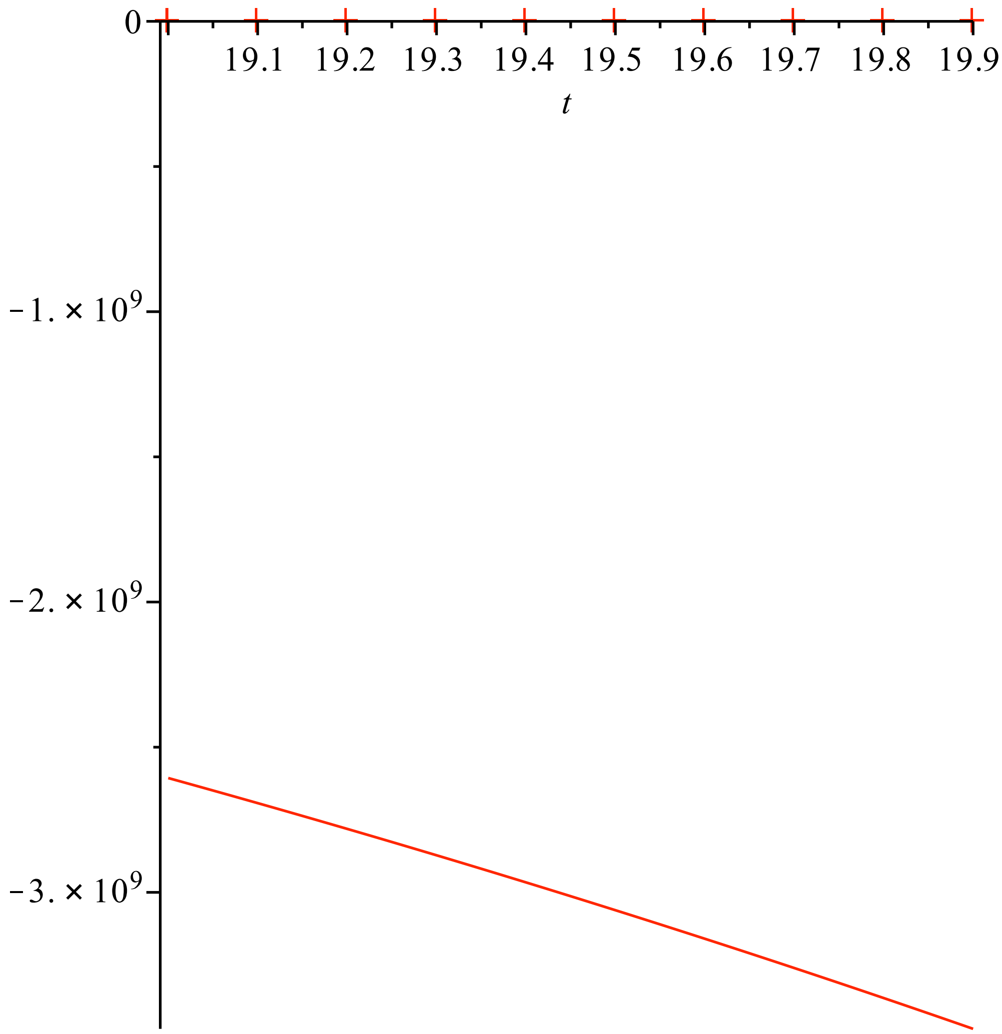
(1.1.9)

$$datakuva := PLOT(\ldots) \quad (1.1.9)$$

> $Digits := 10$ # *Oletustarkkuus*

$$Digits := 10 \quad (1.1.10)$$

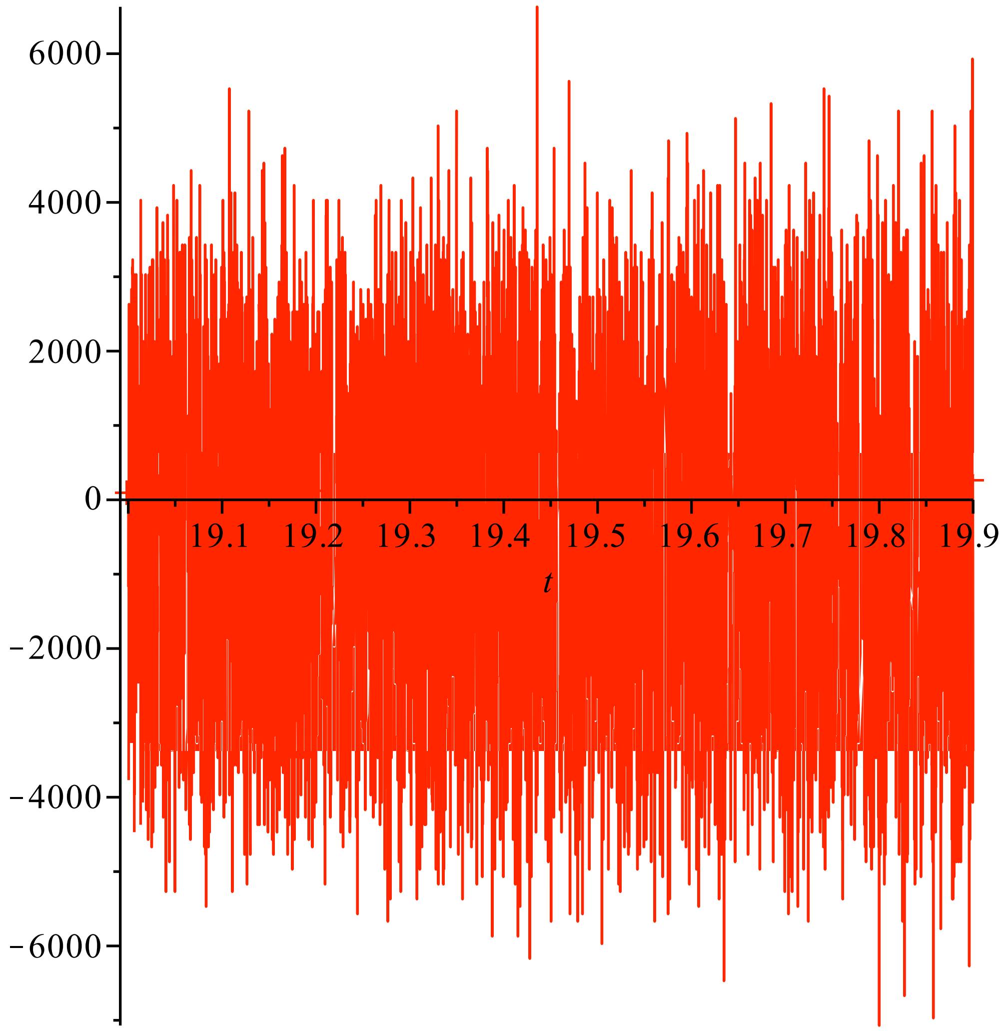
> $display(polykuva, datakuva)$



Täydellisesti metsässä!

> $Digits := 16 :$ # *Matlabin laskentatarkkuus*

> $P := PolynomialInterpolation(td, yd, t) : polykuva := plot(P, t = 19.00 ..19.90) :$
$datakuva := plot(td, yd, style = point, symbol = cross, symbolsize = 16) :$
$display(polykuva, datakuva)$

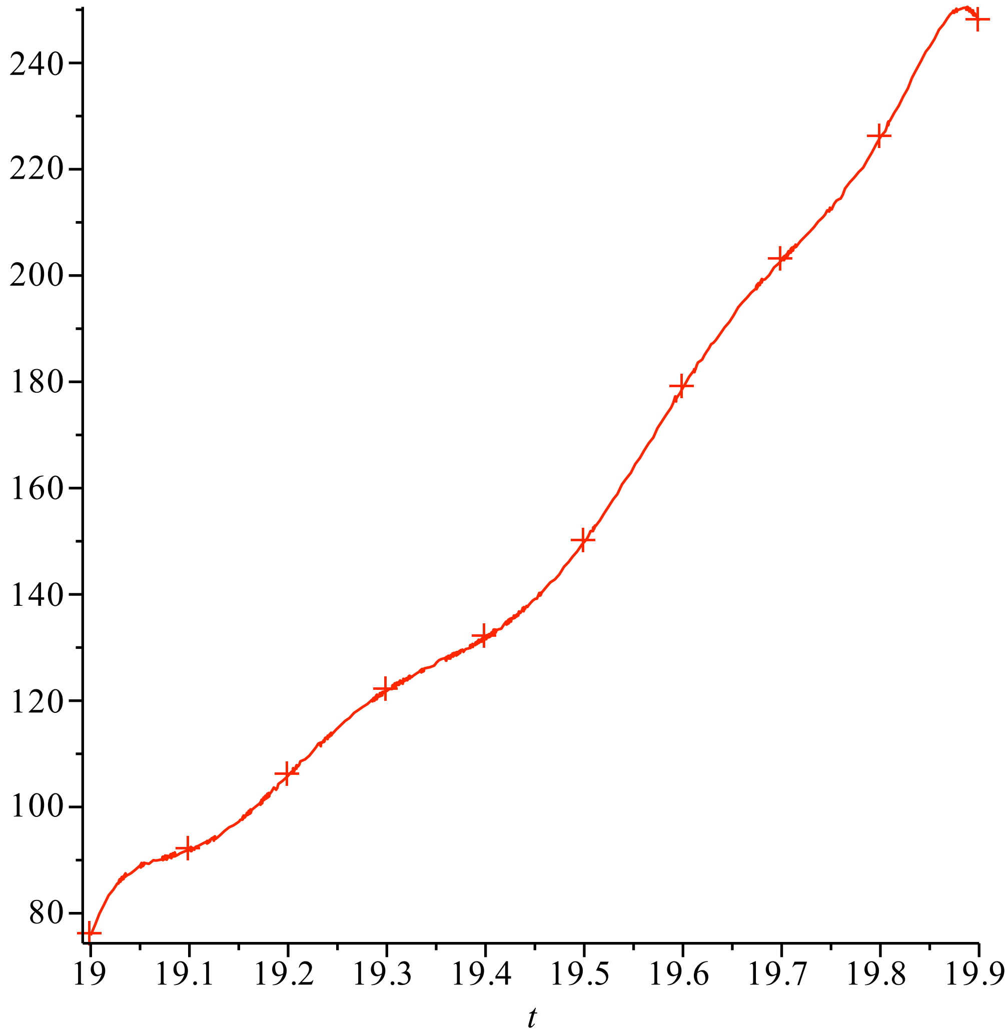


Mielenkiintoista, 9. asteen polynomilla on tuhansia nollakohtia.

> $Digits := 20$ *# Lisätään laskentatarkkuutte 4:llä numerolla:*

$$Digits := 20 \tag{1.1.11}$$

> $P := PolynomialInterpolation(td, yd, t) : polykuva := plot(P, t = 19.00\,..19.90) :$
> $datakuva := plot(td, yd, style = point, symbol = cross, symbolsize = 16) :$
> $display(polykuva, datakuva)$



Ja kas, maailma muuttui aivan toiseksi, polynomi kulkee datapisteiden kautta.

Huom! Maplen Digits säätelee laskentatarkkuutta. Matlabin format vain näyttötarkkuutta.

\>

$$10 \quad (1.1.12)$$

\> $Digits := 10$

$$Digits := 10 \quad (1.1.13)$$

\> $LP := PolynomialInterpolation(td, yd, t, form = Lagrange)$:
 # Valitsimella voidaan sädellä esitysmuotoa.

Poista kaksoispiste (:), jos haluat (taas) nähdä.

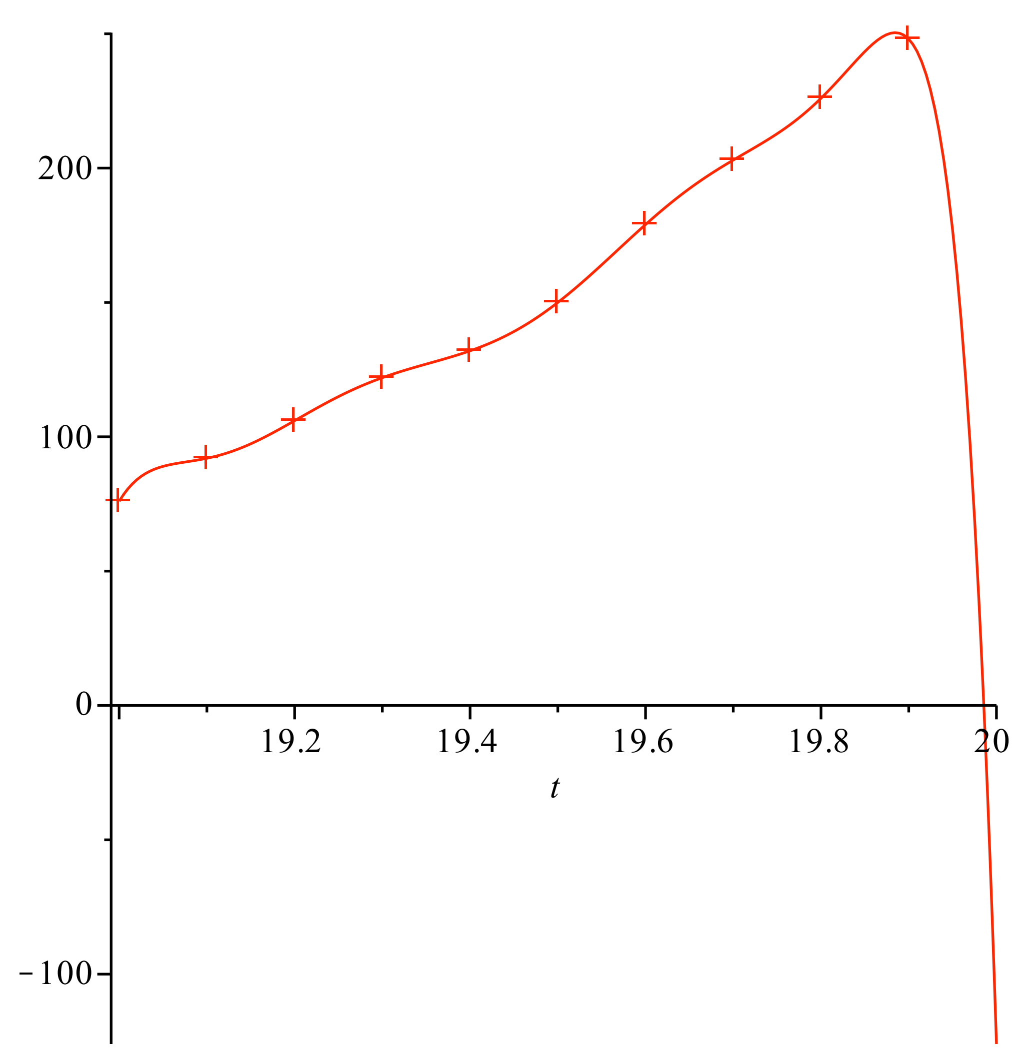
\> $polykuva := plot(LP, t = 19.00 ..20)$

$$polykuva := PLOT(...) \quad (1.1.14)$$

\> $datakuva := plot(td, yd, style = point, symbol = cross, symbolsize = 16)$

$$datakuva := PLOT(...) \quad (1.1.15)$$

\> $display(polykuva, datakuva)$
 # Piirrettiin vähän pitemmälle, ekstrapolointi ennustaa katastrofia.



> *Digits*

$$10 \tag{1.1.16}$$

Oletustarkkuus riitti, kun käytettiin Lagrangen muotoa (kuten alussakin).

T"ass"a riitti Maplen perustarkkuus, kun k"aytettiin Lagrangen muotoa.

PNS-sovitus

with(*CurveFitting*)

[*ArrayInterpolation*, *BSpline*, *BSplineCurve*, *Interactive*, *LeastSquares*, *PolynomialInterpolation*, *RationalInterpolation*, *Spline*, *ThieleInterpolation*] **(1.2.1)**

> ?*LeastSquares*

Kannattaa katsoa ?CurveFitting[LeastSquares]
Siitä esimerkki:

$$LeastSquares\left([0, 1, 3, 5, 6], [2, -1, -3, 6, 8], v, curve = a\, v^2 + b\, v + c\right)$$

Tarkistetaan, että datat ovat tallella:

td

[19.00, 19.10000000, 19.20000000, 19.30000000, 19.40000000, 19.50000000, 19.60000000, 19.70000000, 19.80000000, 19.90000000] **(1.2.2)** *yd*

$$[76, 92, 106, 122, 132, 150, 179, 203, 226, 248] \tag{1.2.3}$$

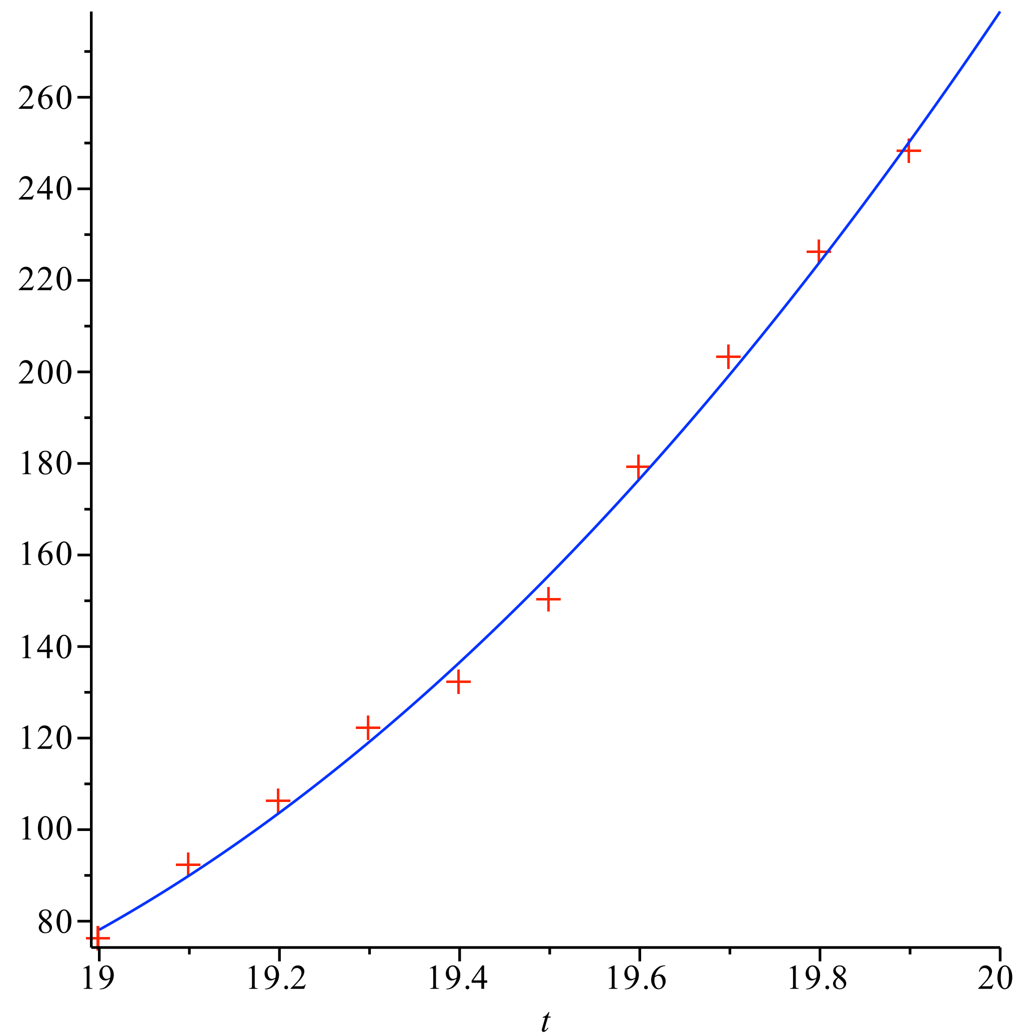
$P2 := LeastSquares\left(td, yd, t, curve = a\cdot t^2 + b\cdot t + c\right)$

$$30812.0675005123 - 3344.84857060636\, t + 90.9090931135785\, t^2 \tag{1.2.4}$$

$P2kuva := plot(P2, t = 19 ..20, color = blue)$

$$PLOT(...) \tag{1.2.5}$$

$display(datakuva, P2kuva)$



> $P3 := LeastSquares\left(td, yd, t, curve = k\cdot t^3 + a\cdot t^2 + b\cdot t + c\right)$

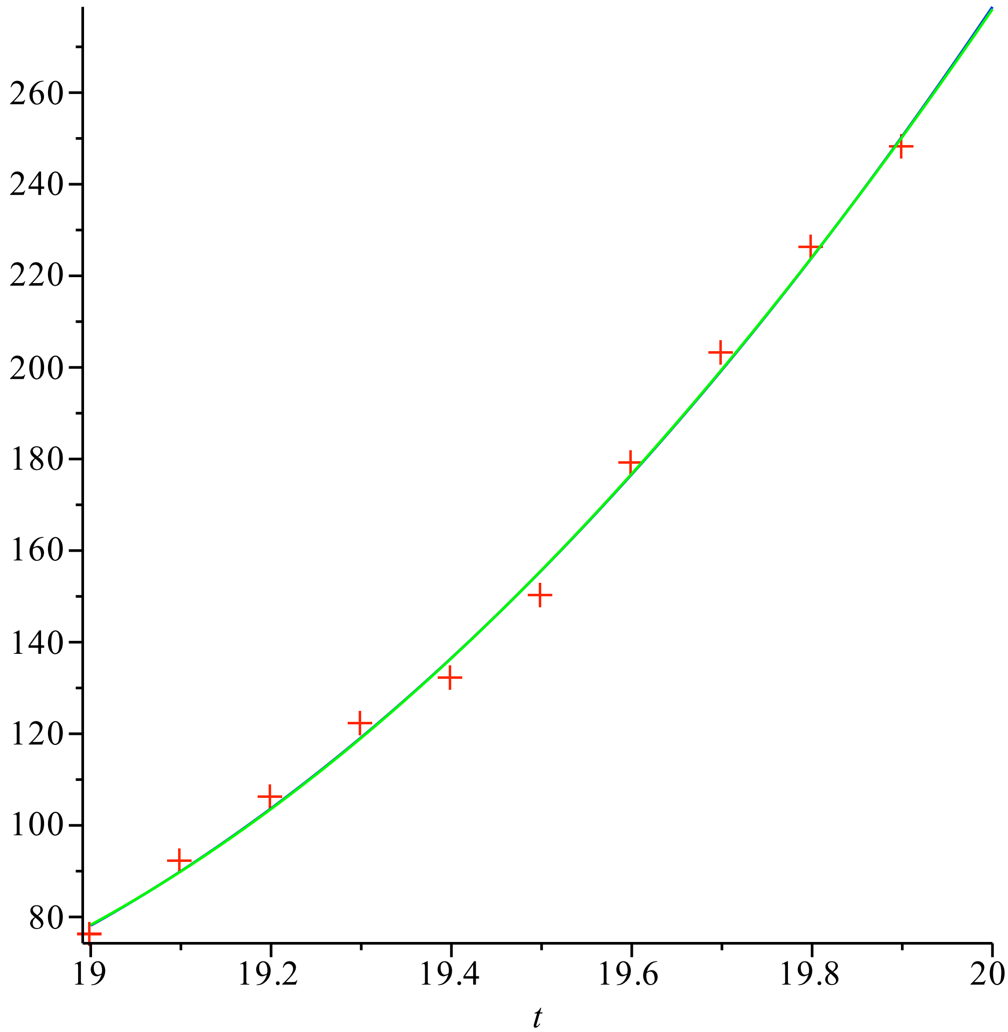
$$P3 := 73697.5922212964 - 9961.29076678775\, t + 431.129982873114\, t^2 - 5.83069212167222\, t^3 \tag{1.2.6}$$

>

> $P3kuva := plot(P3, t = 19 ..20, color = green)$

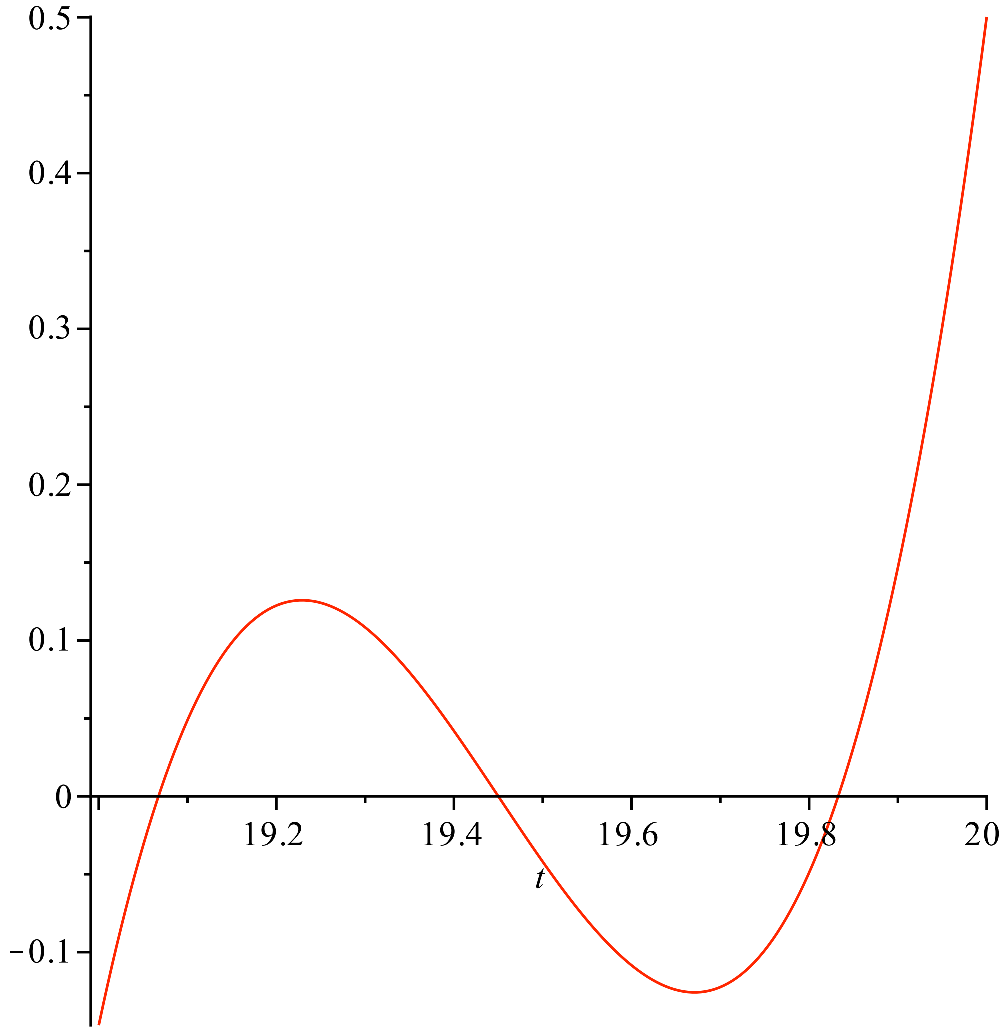
$$P3kuva := PLOT(...) \tag{1.2.7}$$

> $display(datakuva, P2kuva, P3kuva)$



Tällä skaalalla menevät päällekkäin. Alla erotus, josta näkyy suuruusluokka.

> $plot(P2 - P3, t = 19..20)$



0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
−0.1
19.2
19.4
19.6
19.8
20
t